

Penerapan Model Predictive Control (MPC) pada Desain Pengendalian Robot Mobil Beroda Empat

Dimas Avian Maulana¹

¹Universitas Negeri Surabaya
email: dimasmaulana@unesa.ac.id

ABSTRAK

Robot mobil adalah salah satu contoh dari wahana nir awak (WaNA) yang dapat dikendalikan dari jauh atau memiliki sistem pengendali otomatis untuk bergerak dan berpindah haluan. Robot mobil menjadi salah satu sarana yang digunakan oleh pihak militer untuk melakukan pengintaian, penjelajahan, dan pengawasan ke tempat-tempat yang berbahaya bagi manusia. Pada penerapannya ada beberapa lintasan yang dianggap berbahaya untuk dilalui, didefinisikan suatu lintasan terlebih dahulu agar robot mobil bergerak sesuai lintasan tersebut. Robot mobil tidak bisa mengikuti lintasan dengan baik tanpa diberi perintah terlebih dahulu dan dikendalikan. Untuk itu, diperlukan suatu metode untuk mengendalikan robot mobil agar dapat bergerak mengikuti lintasan dalam misinya untuk melakukan pengintaian, penjelajahan dan pengawasan. Dari hasil simulasi diperoleh bahwa dengan mengambil horizon prediksi $N = 3$, waktu sampling $t = 1s$ dan iterasi sebanyak 10 kali diperoleh nilai $x(k)$ yang mendekati dengan nilai $x_r(k)$

Kata Kunci: *robot mobil, mpc linear, desain pengendalian*

1. PENDAHULUAN

Robot mobil (mobile robot) adalah sebuah mesin otomatis yang mampu bergerak pada suatu kondisi tertentu. Robot mobil diklasifikasikan menjadi dua, yaitu menurut lingkungan tempat robot tersebut bekerja dan alat yang digunakan untuk bergerak. Berdasarkan lingkungan tempat robot tersebut bekerja, robot mobil terbagi menjadi empat macam: robot yang bekerja di atas permukaan tanah (land robot), robot udara yang biasa disebut *unmanned aerial vehicle* (UAV), *autonomous underwater vehicles* (AUVs), dan Robot yang bekerja pada lingkungan kutub—robot yang berkerja pada kondisi permukaan tanah yang dilapisi es (polar robots). Sedangkan berdasarkan alat yang digunakan untuk bergerak, robot mobil terbagi menjadi robot berlengan atau berkaki—lengan atau kaki menyerupai manusia (android) ataupun hewan, robot beroda—*Wheeled Mobile Robot* (WMR).

Robot mobil tersebut merupakan Wahana Nir Awak (WaNA) yang telah menjadi sarana yang sering digunakan oleh pihak militer maupun pihak sipil untuk melakukan pengintaian, penjelajahan, dan pengawasan ke tempat-tempat yang berbahaya bagi manusia. Kemampuannya yang dapat dikontrolkan dari jauh atau bahkan dirancang agar dapat bergerak sendiri sesuai dengan lintasan tertentu akan sangat menguntungkan bagi manusia. Beberapa keuntungan yang dapat diperoleh antara lain meminimalisasi resiko, meminimalisasi objektif, dan lain sebagainya (Hartini, 2011).

Kemajuan teknologi khususnya dalam bidang navigasi berpengaruh besar terhadap kemajuan teknologi militer. Jika dahulu navigasi robot mobil masih dilakukan dengan sistem manual menggunakan peta, kini sistem navigasi berbasis GPS telah banyak

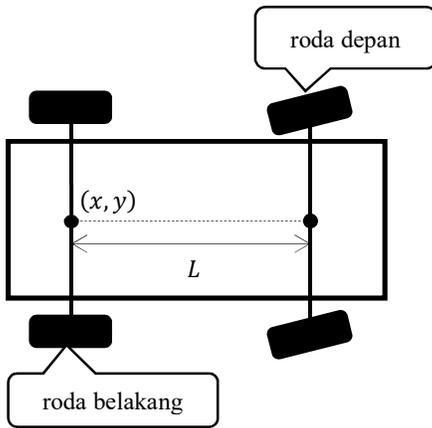
digunakan pada robot mobil sehingga memudahkan pengendalian dan pelacakan robot mobil tersebut. Agar dapat mengikuti lintasan dengan tepat, diperlukan suatu metode untuk mengendalikan robot mobil agar tetap berada pada lintasan.

Ada berbagai macam sistem pengendali yang sering digunakan untuk mengendalikan suatu sistem, diantaranya *Proportional-Integral Derivative* (PID), *Model Predictive Control* (MPC), dan sebagainya. Pada umumnya, PID tidak dirancang untuk sistem nonlinear dengan banyak ketidakpastian (*uncertainties*) dan tidak didesain untuk menghadapi beban yang cepat berubah. Model predictive control tampaknya menjadi pendekatan yang menarik dan menjanjikan untuk menyelesaikan masalah-masalah tersebut (da Silva Jr., Kühne, & Lages, 2005).

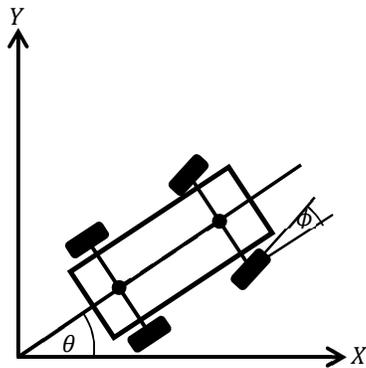
2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kinematika Robot Mobil

Robot mobil yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah robot mobil yang bergerak di darat dan menggunakan empat roda dengan dua roda depan yang dapat berbelok untuk berpindah tempat. Pada (Hartini, 2011), dimensi fisik robot mobil akan tampak seperti gambar berikut:



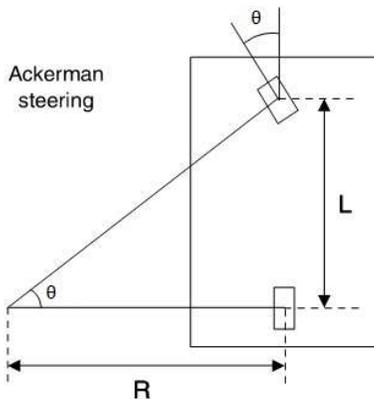
Gambar 1 Dimensi fisik robot mobil



Gambar 2 Sistem kemudi robot mobil

Dengan mengasumsikan bahwa robot bergerak lurus beraturan dan penguraian gaya-gaya yang bekerja pada robot mobil, dapat diperoleh \dot{x} dan \dot{y} dimana:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{dx}{dt} = v \cos \theta \\ \dot{y} &= \frac{dy}{dt} = v \sin \theta \end{aligned} \quad (1)$$



Gambar 2 Sistem kemudi robot mobil (sumber: Sotelo, 2003)

Dari gambar 3, dengan mengasumsikan bahwa kedua roda depan robot mobil berubah sedikit demi sedikit secara diferensial, maka pusat rotasi sesaat dapat dihitung. Dengan menganggap $\kappa(t)$ adalah kelengkungan sesaat lintasan, maka

$$\begin{aligned} \kappa(t) &= \frac{1}{R(t)} \\ \kappa(t) &= \frac{\tan \phi(t)}{L} \\ \kappa(t) &= \frac{d\theta}{ds} \end{aligned} \quad (2)$$

Dimana R adalah jari-jari kelengkungan, L jarak sumbu roda, α sudut kemudi, s posisi robot, dan θ adalah orientasi robot pada koordinat secara umum. Maka dapat diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \\ \dot{\theta} &= \kappa(t) \cdot v(t) \\ \dot{\theta} &= \frac{v \tan \phi}{L} \end{aligned} \quad (3)$$

Dari persamaan (1), (2), dan (3) dapat dibentuk suatu sistem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \frac{v}{L} \tan \phi \end{aligned} \quad (4)$$

dengan

- x, y : posisi robot mobil
- θ : posisi sudut robot mobil
- v : kecepatan robot mobil
- ϕ : sudut kemudi robot mobil
- L : jarak antara sumbu roda depan dan belakang

dengan memisalkan $x = x_1$, $y = x_2$, dan $\theta = x_3$, maka:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v \cos \theta \\ \dot{x}_2 &= v \sin \theta \\ \dot{x}_3 &= \frac{v}{L} \tan \phi \end{aligned} \quad (5)$$

atau dalam bentuk yang lebih kompak menjadi

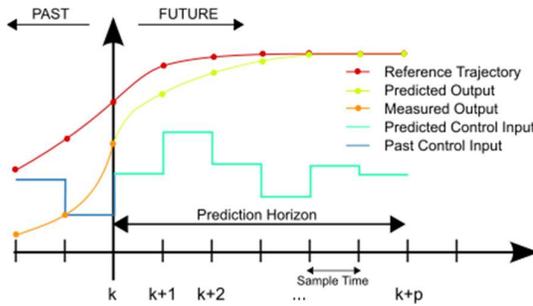
$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (6)$$

dimana

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{u} &\triangleq \begin{bmatrix} v \\ \phi \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.2 Model Predictive Controller

Model Predictive Control atau MPC adalah suatu metode proses kontrol lanjutan yang banyak diterapkan pada proses industri. MPC adalah algoritma pengendali peubah banyak. Gambar 4 berikut adalah skema MPC.



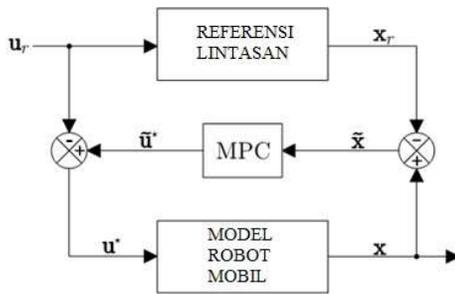
Gambar 4 Skema MPC (Bordons & Camacho, 1999).

Dalam MPC linear, model prediksi diperoleh dari kinematika sistem dinamik robot mobil yang telah dilinearakan, fungsi objektif menggunakan dinyatakan dalam fungsi objektif kuadratik dengan kendala linear yang akan diselesaikan dengan *quadratic programming*. Sedangkan untuk aturan kontrol, didefinisikan sebagai berikut:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_r(k) \rightarrow 0 \quad (7)$$

2.3 Algoritma trayektori lintasan dengan menggunakan MPC

Secara sederhana, algoritma trayektori lintasan dapat dijelaskan melalui skema berikut ini:



Gambar 3 Algoritma trayektori lintasan

Step 0 Input kontrol referensi $\mathbf{x}_r(0)$, $\mathbf{u}_r(0)$ dan $\mathbf{x}(0)$. $\mathbf{x}_r(0)$ adalah posisi awal referensi lintasan robot mobil, $\mathbf{u}_r(0)$ adalah kontrol awal robot mobil, dan $\mathbf{x}(0)$ adalah posisi dan orientasi awal robot mobil.

Step 1 Bila kondisi STOP belum terpenuhi, kerjakan step 2-5

Step 2 Mendapatkan nilai *error* posisi untuk iterasi k dari persamaan $\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_r(k)$

Step 3 Mendapatkan prediksi nilai kontrol optimal untuk *sampling* pada saat k , $k + 1$, dan $k + 2$.

Step 4 Dapatkan nilai *error* kontrol untuk iterasi k dari persamaan $\mathbf{u}^*(k) = \tilde{\mathbf{u}}^*(k) - \mathbf{u}_r(k)$

Step 5 Mendapatkan posisi sebenarnya robot mobil pada saat $k + 1$

Step 6 Tes kondisi STOP

Step 7 Mendapatkan nilai referensi lintasan pada saat k hingga $k + 10$

Step 8 Plot grafik referensi lintasan robot mobil

Step 9 Mendapatkan nilai posisi dan orientasi robot mobil pada saat k hingga $k + 10$

Step 10 Plot grafik posisi sebenarnya robot mobil

Step 11 Mendapatkan *error* pada saat k hingga $k + 10$

Step 12 Plot *state* x , y , dan θ

Algoritma ini memenuhi kondisi STOP jika telah dilakukan iterasi sebanyak 10 kali

2.4 Optimasi dalam MPC

Metode pengendalian optimal yang digunakan pada MPC linear ini adalah *quadratic programming*. Didefinisikan fungsi objektif

$$J(k) = \sum_{j=1}^N \tilde{\mathbf{x}}^T(k+j|k) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(k+j|k) + \tilde{\mathbf{u}}^T(k+j-1|k) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(k+j-1|k) \quad (8)$$

Dengan :

- N : horizon prediksi
- \mathbf{Q} : matriks pembobot *state-space*
- \mathbf{R} : matriks pembobot kontrol
- $a(m|n)$ menyatakan nilai a pada saat m yang diprediksi pada saat n

Masalah optimasi dapat ditulis kembali dalam bentuk QP secara umum. Didefinisikan vektor-vektor berikut ini:

$$\bar{\mathbf{x}}(k+1) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}(k+1|k) \\ \tilde{\mathbf{x}}(k+2|k) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}(k+N|k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{u}}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}(k|k) \\ \tilde{\mathbf{u}}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{u}}(k+N-1|k) \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat ditulis kembali fungsi objektif (8) sebagai berikut:

$$J(k) = \bar{\mathbf{x}}^T(k+1) \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{x}}(k+1) + \bar{\mathbf{u}}^T(k) \bar{\mathbf{R}} \bar{\mathbf{u}}(k) \quad (9)$$

Dengan:

$$\bar{\mathcal{Q}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathcal{Q} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathcal{Q} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathcal{Q} \\ \mathcal{R} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathcal{R} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathcal{R} \end{bmatrix}$$

Dari vektor-vektor $\bar{\mathbf{x}}(k+1)$ dan $\bar{\mathbf{u}}(k)$, dapat ditulis persamaan $\bar{\mathbf{x}}(k+1)$ sebagai:

$$\bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}(k)\bar{\mathbf{x}}(k|k) + \bar{\mathbf{B}}(k)\bar{\mathbf{u}}(k) \quad (10)$$

Dengan:

$$\bar{\mathbf{A}}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{A}(k|k) \\ \mathbf{A}(k|k)\mathbf{A}(k+1|k) \\ \vdots \\ \alpha(k,0) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{B}}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{B}(k|k) & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{A}(k+1|k)\mathbf{B}(k|k) & \mathbf{B}(k+1|k) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha(k,1)\mathbf{B}(k|k) & \alpha(k,2)\mathbf{B}(k+1|k) & \cdots & \mathbf{B}(k+N-1|k) \end{bmatrix}$$

$\alpha(k, j)$ didefinisikan sebagai:

$$\alpha(k, j) = \prod_{i=j}^{N-1} \mathbf{A}(k+i|k)$$

Dari persamaan (9) dan (10), fungsi objektif (8) dapat ditulis kembali dalam bentuk kuadrat standar sebagai berikut:

$$\bar{J}(k) = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}^T(k) \mathbf{H}(k) \bar{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{f}^T(k) \bar{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{d}(k) \quad (11)$$

Dengan:

$$\mathbf{H}(k) \triangleq 2(\bar{\mathbf{B}}^T(k)\bar{\mathcal{Q}}\bar{\mathbf{B}}(k) + \mathcal{R})$$

$$\mathbf{f}(k) \triangleq 2\bar{\mathbf{B}}^T(k)\bar{\mathcal{Q}}\bar{\mathbf{A}}(k)\bar{\mathbf{x}}(k|k)$$

$$\mathbf{d}(k) \triangleq \bar{\mathbf{x}}^T(k|k)\bar{\mathbf{A}}^T(k)\bar{\mathcal{Q}}\bar{\mathbf{A}}(k)\bar{\mathbf{x}}(k|k)$$

Matriks \mathbf{H} adalah Matriks *Hessian*, definit positif yang mendeskripsikan bagian kuadrat dari fungsi objektif tersebut. Sedangkan \mathbf{f} mendeskripsikan bagian linear. \mathbf{d} tidak bergantung pada $\bar{\mathbf{u}}$ dan tidak berpengaruh pada penentuan nilai \mathbf{u}^* . Sehingga didefinisikan persamaan

$$\bar{J}(k) = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{u}}^T(k) \mathbf{H}(k) \bar{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{f}^T(k) \bar{\mathbf{u}}(k) \quad (12)$$

yang merupakan pernyataan standar yang digunakan dalam masalah *quadratic programming* dan masalah optimasi yang diselesaikan pada waktu *sampling* dinyatakan sebagai:

$$\bar{\mathbf{u}}^* = \arg \min_{\bar{\mathbf{u}}} \{\bar{J}(k)\} \quad (13)$$

dengan kendala:

$$D\bar{\mathbf{u}}(k+j|k) \leq d; \quad j \in [0, N-1] \quad (14)$$

3. METODE PENELITIAN

Dalam paper ini dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- Mengkaji kinematika robot mobil dan MPC
- Membentuk desain pengendalian
- Simulasi permasalahan dengan menggunakan MPC linear
- Analisis dan Pembahasan
- Penyimpulan Hasil dan Pemberian Saran

4. HASIL PENELITIAN

4.1. Referensi Lintasan

Dari kinematika robot mobil akan diperoleh suatu referensi lintasan dengan mendiskritkan kinematika robot mobil dengan menggunakan beda hingga maju dan mengambil nilai $L = 4/5$. maka persamaan (4) menjadi :

$$x_{r_1}(k+1) = x_{r_1}(k) + v_r(k)\Delta t \cos x_{r_3}(k)$$

$$x_{r_2}(k+1) = x_{r_2}(k) + v_r(k)\Delta t \sin x_{r_3}(k) \quad (1515)$$

$$x_{r_3}(k+1) = x_{r_3}(k) + \frac{5}{4} v_r(k)\Delta t \tan \phi_r(k)$$

4.2. Linearisasi Model Robot Mobil

Dari kinematika robot mobil—persamaan (4), dilakukan linearisasi terlebih dahulu sebelum mencari nilai x , y , dan θ . Sebuah model linear diperoleh dari penghitungan sebuah model error yang berhubungan dengan referensi robot mobil. Didefinisikan referensi robot mobil sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = f(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r) \quad (1616)$$

$$\mathbf{x}_r \triangleq \begin{bmatrix} x_{r_1} \\ x_{r_2} \\ x_{r_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u}_r \triangleq \begin{bmatrix} v \\ \phi \end{bmatrix}$$

Dengan mengekspansikan persamaan (10) disekitar titik $(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r)$ dan menghilangkan turunan tingkat tinggi akan diperoleh:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} \approx f(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r) + \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_r \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_r}} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_r) + \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_r \\ \mathbf{u}=\mathbf{u}_r}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_r) \quad (17)$$

atau

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = f_{\mathbf{x},r}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_r) + f_{\mathbf{u},r}(\mathbf{u} - \mathbf{u}_r) \quad (1817)$$

Kemudian, dengan mengurangkan persamaan (1616) dan (1817) menghasilkan:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = f_{\mathbf{x},r}\tilde{\mathbf{x}} + f_{\mathbf{u},r}\tilde{\mathbf{u}} \quad (1918)$$

Dengan mengambil waktu *sampling* $\Delta t = 1s$ diperoleh suatu model prediksi sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k+1) \\ \tilde{x}_2(k+1) \\ \tilde{x}_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_r(k) \\ 0 & 1 & v_r(k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(k) \\ \tilde{x}_2(k) \\ \tilde{x}_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{x}_3(k) & 0 \\ \tilde{x}_3(k) & 0 \\ \frac{5}{4} \tan \phi_r(k) & \frac{5}{4} v_r \sec^2 \phi_r(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dapat ditulis sebagai:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}(k)\tilde{\mathbf{u}}(k) \quad (20)$$

dengan

$$\mathbf{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_r(k) \sin \tilde{x}_3(k) \\ 0 & 1 & v_r(k) \cos \tilde{x}_3(k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(k) = \begin{bmatrix} \cos \tilde{x}_3(k) & 0 \\ \sin \tilde{x}_3(k) & 0 \\ \frac{5}{4} \tan \phi_r(k) & \frac{5}{4} v_r(k) \sec^2 \phi_r(k) \end{bmatrix}$$

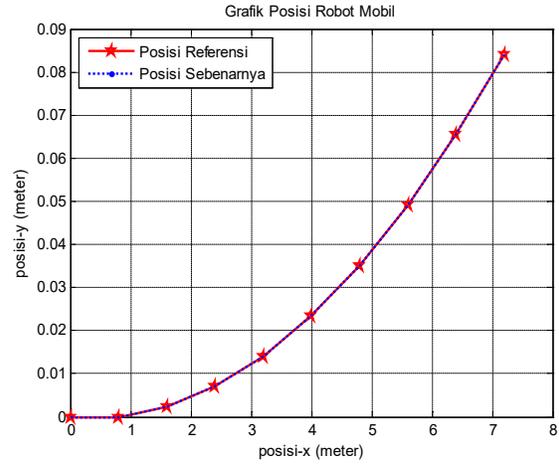
4.3. Simulasi dengan Menggunakan MATLAB

Desain pengendalian pada subbab 4.3 akan disimulasikan dengan menggunakan bantuan software MATLAB. Robot mobil diasumsikan bergerak pada lintasan yang bebas hambatan, dan hanya bergerak maju. Diberikan suatu batasan pada kontrol sudut kemudi yaitu $-\pi/6 \leq \phi \leq \pi/6$. Tanda negatif menyatakan robot mobil sedang melakukan pergerakan ke kanan (belok ke kanan), sedangkan tanda positif menyatakan hal yang sebaliknya (belok ke kiri) dengan acuan

0° terletak pada sumbu- x positif sesuai dengan koordinat kartesius. θ menyatakan posisi mobil terhadap sumbu- x positif pada koordinat kartesius dan θ_0 menentukan arah gerak pertama robot mobil tersebut.

Simulasi desain pengendalian ini dilakukan dengan memberikan nilai matriks pembobot *state-space* $\mathcal{Q} = 0,01 * eye(9)$ dan matriks pembobot kontrol $\mathcal{R} = 0,01 * eye(6)$. Dalam simulasi tugas akhir ini, *source code* dikerjakan dalam kondisi statis, dimana variabel-variabel yang diperlukan didefinisikan terlebih dahulu.

Dengan mengambil Posisi awal referensi lintasan robot mobil $(x_{r_0}, y_{r_0}, \theta_{r_0}) = (0,0,0)$, Kontrol referensi $(v_r, \phi_r) = (0,8, \pi/12)$, Posisi awal robot mobil $(x_0, y_0, \theta_0) = (0,0, \pi/18)$ dan iterasi sebanyak 10 kali, diperoleh:

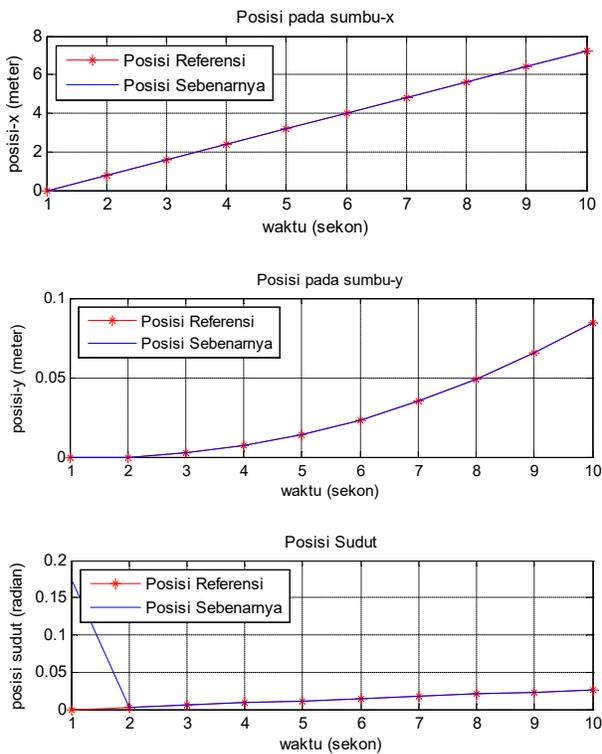


Gambar 6 Pergerakan robot mobil untuk $\phi_r = \pi/12$

Jika ditabelkan, maka diperoleh nilai (x, y, θ) pada setiap iterasi pada Tabel 2 sebagai berikut :

Tabel 2: Posisi Referensi dan Posisi Sebenarnya

Iterasi	Referensi			Sebenarnya		
	x	y	θ	x	y	θ
1	0,0000	0,0000	0,1745	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,8000	0,0000	0,0029	0,8000	0,0000	0,0029
3	1,6000	0,0023	0,0058	1,6000	0,0023	0,0058
4	2,4000	0,0070	0,0088	2,4000	0,0070	0,0088
5	3,2000	0,0140	0,0117	3,2000	0,0140	0,0117
6	4,0000	0,0234	0,0146	3,9999	0,0234	0,0146
7	4,8000	0,0351	0,0175	4,7998	0,0351	0,0175
8	5,6000	0,0491	0,0205	5,5997	0,0491	0,0205
9	6,4000	0,0655	0,0234	6,3995	0,0655	0,0234
10	7,2000	0,0842	0,0263	7,1993	0,0842	0,0263



Gambar 7 State x, y , dan θ untuk $(x_0, y_0, \theta_0) = (0, 0, \pi/18)$

Error untuk setiap iterasi (x, y, θ) ditabelkan sebagai berikut:

Tabel 3: Error

Iterasi	Error		
	x	y	θ
1	0,0000	0,0000	0,1745
2	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0001	0,0000	0,0000
7	0,0002	0,0000	0,0000
8	0,0003	0,0000	0,0000
9	0,0005	0,0000	0,0000
10	0,0007	0,0000	0,0000

Terlihat bahwa error terbesar berada pada posisi sudut robot mobil θ pada iterasi pertama sebesar 0,1745

5. KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan dalam menerapkan MPC untuk mendesain pengendalian pada robot mobil beroda empat diperoleh kesimpulan bahwa MPC linear memberikan hasil yang cukup baik untuk memberikan prediksi nilai kontrol optimal dengan menghasilkan error yang paling besar pada posisi sudut θ sebesar 0,1745.

DAFTAR PUSTAKA

Bordons, C., & Camacho, E. F. (1999). *Model Predictive Control*. Sevilla: Springer-Verlag London Limited.

da Silva Jr., J. M., Kühne, F., & Lages, W. F. (2005). Mobile Robot Trajectory Tracking Using Model Predictive Control. *VII SBAI / II IEEE Latin America Robotics Symposium*, 1-7.

Hartini, S. (2011). Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) Untuk Mengestimasi Posisi Robot Mobil. *Tugas Akhir Jurusan Matematika*. Surabaya, Jawa Timur, Indonesia: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Orukpe, P. E. (2005). Basics of Model Predictive Control. *ICM, EEE-CAP* (hal. 1-27). London: Imperial College.

Sotelo, M. A. (2003). Lateral Control Strategy for Autonomous Steering of Ackerman-like Vehicles. *Robotics and Autonomous Systems* 45, 223-233.

Wang, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Melbourne: Springer.